Вариант 1. 11-МТ-7

2. По условию $ax+by \vdots 0 \pmod{x+y}$

Если $bx+ay \vdots 0 \pmod{x+y}$, то и

$ax+bx+ay+by \vdots 0 \pmod{x+y}$:

$ax+bx+ay+by = x(a+b)+y(a+b) =$

$(a+b)(x+y) \vdots 0 \pmod{x+y}$

Отсюда $(a+b)(x+y)-ax-by \vdots 0 \pmod{x+y} \Rightarrow$

$ay+bx \vdots 0 \pmod{x+y}$

Ответ: верно. 7

3. По теореме Виета:

$$\begin{cases} \sin 42^\circ + \sin 48^\circ = -\dfrac{b}{a} \\ \sin 42^\circ \sin 48^\circ = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Т.к. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ при $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,

$2 \sin x \cos x = \sin 2x$.

$$\begin{cases} \sin 42^\circ + \cos 42^\circ = -\dfrac{b}{a} \\ \dfrac{\sin 84^\circ}{2} = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Т.к. $\sin 42^\circ + \cos 42^\circ > 0$, то $-\frac{b}{a} > 0$.

$(\sin 42^\circ + \cos 42^\circ)^2 = \dfrac{b^2}{a^2}$

$1 + \sin 84^\circ = \dfrac{b^2}{a^2}$

$\cancel{\sqrt{1+\sin 84^\circ} = \left|\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}\right| = -\frac{b}{a}}$

Откуда:

$\cancel{\begin{cases} \sqrt{1+\sin 84^\circ} = -\frac{b}{a} \\ \sin 84^\circ = \frac{2c}{a} \end{cases}}$ или $\begin{cases} 1+\sin 84^\circ = \dfrac{b^2}{a^2} \\ \dfrac{\sin 84^\circ}{2} = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

Тогда $b^2 = a^2(1+\sin 84^\circ)$

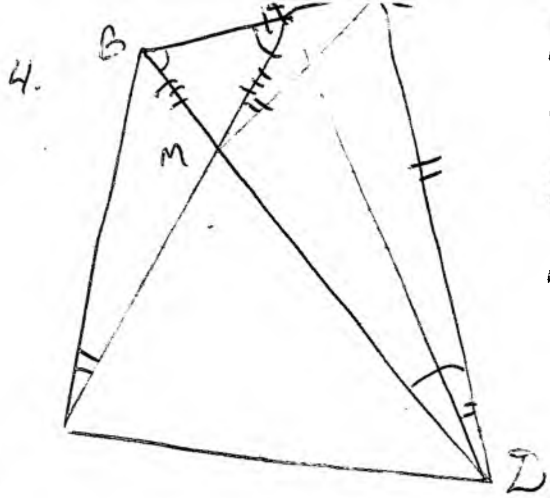
$2ac = 2a \cdot \dfrac{a \sin 84^\circ}{2} = a^2 \sin 84^\circ$

Откуда $b^2 = a^2 + 2ac = a^2(1+\sin 84^\circ) = a^2 + a^2 \sin 84^\circ$

ч.т.д.

7

4.



Дано
$CB = CD$
DL - биссектриса $\angle$ в BCD
M - точка пересечения AL и BD
$BM = ML$
$\angle CML = \angle BAL$
найти $4\angle BAD + 3\angle BCD$

Решение

Пусть $\angle BCD = 4\alpha$, тогда $\angle CBD = \frac{180 - 4\alpha}{2} = 90 - 2\alpha$

$\angle LMD = \angle MBL + \angle BLM = 180^\circ - 4\alpha$

$\angle LMD + \angle DCL = 180^\circ \Rightarrow LMDC$ - вписанный.

$\angle BAL = \angle CML = \angle LDC = \frac{\angle BDC}{2} = \frac{\angle CBD}{2} = 45^\circ - \alpha$

$\angle ABD = 180^\circ - (\angle BAL + \angle DBL + \angle BLA) = 180^\circ - 45^\circ + \alpha - 90^\circ + 2\alpha - 90^\circ + 2\alpha =$

$5\alpha - 45^\circ$

$\angle ALD = 180^\circ - (\angle LMD + \angle MDC) = 180^\circ - 180^\circ + 4\alpha - 45^\circ + \alpha = 5\alpha - 45^\circ$

Т.к. $\angle ABD = \angle ALD$, $ABLD$ - вписанный.

$\angle BAD = 180^\circ - \angle BLD = 180^\circ - (\angle BLA + \angle ALD) =$

$180^\circ - 90^\circ + 2\alpha - 5\alpha + 45^\circ = 135 - 3\alpha$

$4\angle BAD + 3\angle BCD = 540^\circ - 12\alpha + 12\alpha = 540^\circ$

Ответ: 540°.

7

5. Фигура - центрально-симметричная.

Пусть центральная клетка цвета 1.

Тогда возможны последовательности от центральной клетки до первой угловой клетки квадрата 1232, 1231, 1212, 1213, 1312, 1313, 1321, 1323, то есть 8 комбинаций.

Рассмотрим квадрат. Пусть угловая клетка цвета 1. Тогда возможны комбинации:

21	23	31	32	21	31
12	12	13	13	13	12

; всего 6.

Отсюда комбинации покраски одного звена - $48^?$ (при одном цвете центральной клетки).

Для четырех звеньев при одном цвете центральной клетки - 48^4.

Т.к. у нас три цвета - $3\ 48^4$

Ответ: $3 \cdot 48^4$

11-МТ-7

1. Рассмотрим уголок с самой маленькой морковкой. Т.к. она самая маленькая, то все морковки вокруг неё, значит у неё не более одного соседа. Отсюда каждая вторая клетка пустая. Значит, максимально морковок - 32

Пример

1		24	23	22	21	20	
2							19
3		25	26	27	28		18
4							17
5		32			29		16
6			31		30		15
7							14
8		9	10	11	12	13	

Ответ: 32.

7

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35